

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ

2η σειρά ασκήσεων

ΑΣΚΗΣΗ 1

Υπολογίστε τον κλειστό τύπο του παρακάτω αθροίσματος: $\sum_{k=1}^N k2^{k-1}$

Αποδείξτε με επαγωγή την ορθότητα του τύπου σας.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνονται οι ορισμοί:

$$O(g) = \{f \mid \exists c > 0, \exists n_0 : \forall n > n_0, f(n) \leq cg(n)\}$$

$$\Omega(g) = \{f \mid \exists c > 0, \exists n_0 : \forall n > n_0, f(n) \geq cg(n)\}$$

$$\Theta(g) = \{f \mid \exists c_1 > 0, \exists c_2 > 0, \exists n_0 : \forall n > n_0, c_1 \leq \frac{f(n)}{g(n)} \leq c_2\}$$

Συμπλήρωσε τον παρακάτω πίνακα με ένα από τα τρία παρακάτω: O, Ω, Θ

f(n)	???	g(n)
n		n ²
n ²		n
2n		5n
100000n		(1/100000)n
log ₂ (n)		log ₂ ² (n)
log ₂ (n)		log ₁₀ (n)
n ²		n ³
2 ⁿ		3 ⁿ
3 ⁿ		2 ⁿ
nlog ₂ (n)		n/log ₂ (n)

ΑΣΚΗΣΗ 3

Αποδείξτε ότι:

A) Κάθε δέντρο με **n** κορυφές έχει **n-1** πλευρές.

B) Κάθε συνεκτικό γράφημα με **n** κορυφές και **n-1** πλευρές είναι δέντρο.

Γ) Κάθε γράφημα με **n** κορυφές και **n-1** πλευρές που δεν περιέχει κύκλους είναι δέντρο.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Έστω τυχαίο επίπεδο γράφημα με **n** κορυφές, **m** πλευρές και **k** συνεκτικές συνιστώσες, το οποίο ορίζει στο επίπεδο **r** περιοχές. Ποιά σχέση ικανοποιούν τα **n**, **m**, **k**, **r**; Αποδείξτε τον ισχυρισμό σας.

ΑΣΚΗΣΗ 5

Ένα πλήρες δυαδικό δέντρο μπορεί να αποθηκευτεί σε ένα array A με τον παρακάτω τρόπο:

- Η ρίζα αποθηκεύεται στη θέση A[1].
- Ακολουθούν τα παιδιά της ρίζας από αριστερά προς τα δεξιά, τα εγγόνια της ρίζας από αριστερά προς τα δεξιά κ.λ.π.

α) Δείξτε ότι αν ένας κόμβος είναι αποθηκευμένος στη θέση A[i] τότε τα παιδιά του αν υπάρχουν είναι αποθηκευμένα στις θέσεις A[2*i] (το αριστερό) και A[2*i+1] (το δεξί) και ο πατέρας του (αν $i > 1$) στη θέση A[i div 2]

β) Δείξτε ότι ένα πλήρες δέντρο έχει τουλάχιστον $\lceil n/2 \rceil$ φύλλα.

γ) Ποιά από τα παρακάτω array παριστάνουν σωρό (heap):

A=[8 6 5 4 3 2 1], B=[8 4 2 3 3 2 2], C=[15 8 7 6 8 8 1],
D=[5 5 5 5 5 5 5], E=[13 4 3 5 6 5]

Να παραδοθούν ως τις 18/11/02