

## ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ

### 4η σειρά ασκήσεων

#### ΑΣΚΗΣΗ 1

Δίνεται ο αναδρομικός αλγόριθμος:

stooge\_sort (var a:array of item; i,j:integer)

**begin**

**if** A[i]>A[j] **then** swap (A[i], A[j]);

**if** (j - i) > 1 **then begin**

    k := (j-i+1) div 3; stooge\_sort(A, i, j-k); stooge\_sort(A, i+k, j); stooge\_sort(A, i, j-k)

**end**

**end**

α) Δείξτε ότι ο αλγόριθμος αυτός ταξινομεί τα στοιχεία του A σε αύξουσα σειρά.

β) Δώστε μία αναδρομική σχέση για την πολυπλοκότητα του αλγορίθμου.

γ) Βρείτε την πολυπλοκότητα του αλγορίθμου και συγκρίνετέ την με την πολυπλοκότητα άλλων αλγορίθμων.

#### ΑΣΚΗΣΗ 2

Εστω ότι μας δίνεται αλγόριθμος πολυπλοκότητας  $O(n)$  (στη χειρότερη περίπτωση) για τη συνάρτηση  $\text{median}(A, i, j)$  που επιστρέφει τη θέση του μεσαίου στοιχείου του  $A[i..j]$  (το  $x$  λέγεται μεσαίο στοιχείο του  $A[i..j]$  αν είναι μεγαλύτερο ή ίσο από  $n \div 2$  στοιχεία του A και μικρότερο ή ίσο από  $n \div 2$  στοιχεία του A, όπου  $n=j-i+1$ ).

α) Σχεδιάστε αλγόριθμο πολυπλοκότητας  $O(n)$  (στη χειρότερη περίπτωση) για την εύρεση του  $i$ -οστού μεγαλύτερου στοιχείου του A, για οποιοδήποτε  $i$ .

β) Τροποποιήστε τον αλγόριθμο Quicksort ώστε να έχει πολυπλοκότητα  $O(n \log n)$  στη χειρότερη περίπτωση.

#### ΑΣΚΗΣΗ 3

Εστω δύο πίνακες  $X[1..n]$  και  $Y[1..n]$  που τα στοιχεία τους είναι ταξινομημένα σε αύξουσα σειρά. Σχεδιάστε αλγόριθμο  $O(\log n)$  για την εύρεση του μεσαίου από τα  $2n$  στοιχεία των X και Y.

#### ΑΣΚΗΣΗ 4

α) Για να εξασφαλίσουμε καλό pivot  $m$  έτσι ώστε το  $m$  να είναι μικρότερο ( $<$ ) αλλά και μεγαλύτερο ( $>$ ) από  $n/4$  στοιχεία, χρησιμοποιούμε την ιδέα με τις πεντάδες. Δώστε λεπτομερειακά αλγόριθμο για κάθε  $n$  (όχι μόνο πολλαπλάσιο του 5) έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το  $n_0$  για το οποίο ισχύει ότι  $m$  μεγαλύτερος αλλά και μικρότερος από  $n/4$  στοιχεία, για όλα τα  $n \geq n_0$ . Υποθέστε ότι τα στοιχεία του A είναι διαφορετικά.

β) Αλλάζει η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου αν χωρίσουμε τα στοιχεία του A

i) σε τριάδες αντί πεντάδες;

ii) σε επτάδες αντί πεντάδες;

#### ΑΣΚΗΣΗ 5

Εστω ένας πίνακας  $A[1..n]$  με στοιχεία διαφορετικά μεταξύ τους (με  $n=2^k$ , για  $k \geq 2$ ). Σχεδιάστε αλγόριθμο  $n + \log n - 2$  βημάτων, που να βρίσκει τα δύο μικρότερα στοιχεία του A και τα τοποθετεί στην  $1^{\text{η}}$  θέση του πίνακα, τον μικρότερο και στη  $2^{\text{η}}$  θέση, τον δεύτερο μικρότερο.