

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ

5η σειρά ασκήσεων

ΑΣΚΗΣΗ 1

Δίνονται οι παρακάτω αναδρομικές συνάρτησεις:

1.

$$T(n) = \begin{cases} 1, & n = 1 \\ 4T\left(\frac{n}{2}\right) + n^c & \end{cases}$$

2.

$$T(n) = T(n-a) + T(a) + n, \forall a > 0$$

Βρείτε συνάρτηση $g(n)$ ώστε $T(n) = \Theta(g(n))$.

Σημείωση: στην (1) η g έχει περιπτώσεις που εξαρτώνται από το c , στην (2) θεωρήστε το n πολλαπλάσιο του a .

ΑΣΚΗΣΗ 2

Θέλουμε να ταξιδέψουμε από την πόλη A στην πόλη B οδικώς. Το ρεζερβουάρ του αυτοκινήτου μας όταν είναι γεμάτο, έχει βενζίνη για να καλύψουμε ακριβώς k χιλιόμετρα. Μας δίνεται ένας χάρτης στον οποίο φαίνονται οι πόλεις A και B , όλα τα πρατήρια βενζίνης που θα συναντήσουμε στη διαδρομή από A προς B , και οι μεταξύ τους αποστάσεις. Επιθυμούμε να κάνουμε όσο το δυνατό λιγότερες στάσεις ανεφοδιασμού. Αρχικά το ρεζερβουάρ είναι γεμάτο.

Σχεδιάστε άπληστο (greedy) αλγόριθμο για τον καθορισμό των πρατηρίων στα οποία θα ανεφοδιαστούμε με βενζίνη. Αποδείξτε την ορθότητά του και υπολογίστε την πολυπλοκότητά του.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνεται ένα σύνολο $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ σημείων στην ευθεία των πραγματικών αριθμών. Σχεδιάστε άπληστο αλγόριθμο για τον καθορισμό του ελάχιστου συνόλου από κλειστά διαστήματα μήκους 1, που περιέχουν τα n σημεία. Αποδείξτε την ορθότητά του και υπολογίστε την πολυπλοκότητά του.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Εχουμε μία παράγραφο κειμένου που αποτελείται από μία ακολουθία n λέξεων με μήκη l_1, l_2, \dots, l_n χαρακτήρες και θέλουμε να την τυπώσουμε στον εκτυπωτή. Κάθε γραμμή του εκτυπωτή χωράει το πολύ W χαρακτήρες. Η εκτύπωση θέλουμε να ικανοποιεί το παρακάτω κριτήριο βελτιστότητας:

Κάθε γραμμή περιέχει έναν αριθμό λέξεων (δεν χωρίζουμε λέξεις) και ανάμεσα σε δύο λέξεις αφήνουμε ακριβώς έναν κενό χαρακτήρα. Αν μία γραμμή x περιέχει τις λέξεις i έως j τότε στο τέλος της υπάρχουν

$$p_x = W - (j-i) - \sum_{k=i}^j l_k \text{ κενοί χαρακτήρες. Επιθυμούμε να ελαχιστοποιήσουμε το}$$

άθροισμα των κύβων των p_x , για όλες τις γραμμές εκτός από την τελευταία.

Σχεδιάστε αλγόριθμο με τη μέθοδο του δυναμικού προγραμματισμού που να επιλύει το πρόβλημα της βέλτιστης εκτύπωσης. Αποδείξτε την ορθότητά του και υπολογίστε την πολυπλοκότητά του.

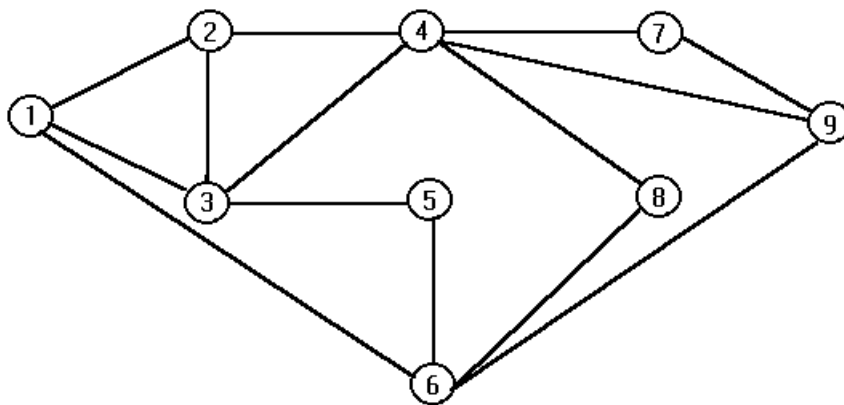
ΑΣΚΗΣΗ 5

Εκτελούμε μια ακολουθία n λειτουργιών σε μία δομή δεδομένων. Η i -οστή λειτουργία απαιτεί χρόνο i αν το i είναι δύναμη του 2, αλλιώς απαιτεί χρόνο 1. Δείξτε ότι ο συνολικός χρόνος που απαιτείται για τις n λειτουργίες είναι $O(n)$.

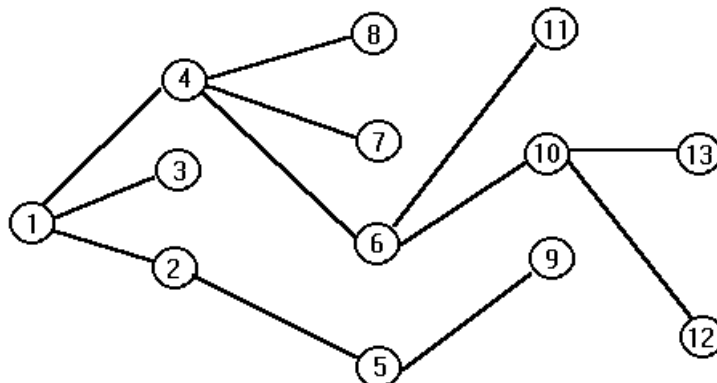
ΑΣΚΗΣΗ 6

Για τους παρακάτω γράφους δώστε τη σειρά με την οποία επισκεπτόμαστε τους κόμβους τους με κάθε μία από τις στρατηγικές διάσχισης breadth-first search, depth-first search και D-search.

α)



β)



Να παραδοθούν ως τις 23/12/2002