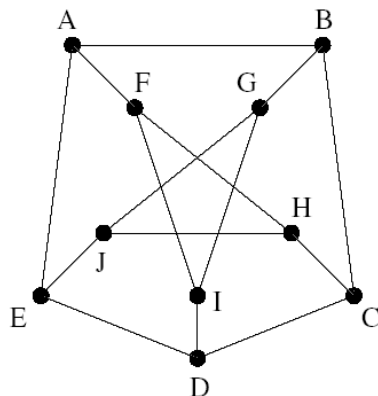


Δίνεται ο παρακάτω γράφος Petersen:



ΑΣΚΗΣΗ 1

- a) Βρείτε άλλες δύο «καλές» αναπαραστάσεις του γράφου αυτού
- b) Δώστε τον πίνακα γειτνίασης του γράφου.
- c) Δώστε τον πίνακα πρόσπτωσης του γράφου.
- d) Δώστε την λίστα γειτνίασης του γράφου.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Ειδικά σύνολα σε γράφους:

- a) Independent set (ανεξάρτητο σύνολο) ενός γράφου ονομάζεται ένα υποσύνολο από κορυφές, που μεταξύ τους δεν υπάρχει καμία πλευρά.
 - i) Ποιο είναι το μέγεθος του μέγιστου independent set στο γράφο Petersen; Δώστε ένα παράδειγμα ενός Independent set.
 - ii) Δείξτε πως δεν υπάρχει μεγαλύτερου μεγέθους υποσύνολο.
- b) Κλίκα (clique) ενός γράφου ονομάζεται ένα υποσύνολο από κορυφές που υπάρχουν όλες οι δυνατές πλευρές ανάμεσά τους.
 - i) Ποιο είναι το μέγεθος της μέγιστης κλίκας στο γράφο Petersen; Δώστε ένα παράδειγμα μιας τέτοιας κλίκας.
 - ii) Δείξτε πως δεν υπάρχει μεγαλύτερη κλίκα.
- c) Vertex Cover (κάλυψη κορυφών) ενός γράφου ονομάζεται ένα υποσύνολο από κορυφές όπου κάθε πλευρά έχει τουλάχιστον ένα από τα άκρα της στο σύνολο.
 - i) Ποιο είναι το μέγεθος της μέγιστης κλίκας στο γράφο Petersen; Δώστε ένα παράδειγμα ενός τέτοιου Vertex Cover.
 - ii) Δείξτε πως δεν υπάρχει μικρότερο υποσύνολο.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Μονοπάτι $P=(v_0, v_1, \dots, v_k)$ μήκους k είναι μια ακολουθία από κορυφές έ.ώ. να υπάρχει πλευρά (v_i, v_{i+1}) για $0 \leq i \leq k-1$ (με όλες τις πλευρές διαφορετικές).

Κύκλος $C=(v_0, v_1, \dots, v_{k-1}, v_0)$ μήκους k είναι ένα μονοπάτι που ξεκινά και τελειώνει στην ίδια κορυφή.

Απλό μονοπάτι: όλες οι κορυφές είναι διαφορετικές

Απλός κύκλος: όλες οι κορυφές είναι διαφορετικές εκτός από την τελευταία (ίδια με v_0)

Ο γράφος Petersen δεν έχει ούτε μονοπάτι Euler ούτε κύκλο Euler. Έχει μονοπάτι Hamilton αλλά όχι κύκλο Hamilton.

- Βρείτε ένα μονοπάτι (όχι απαραίτητα απλό) στο γράφο Petersen που είναι όσο το δυνατόν μακρύτερο.
- Βρείτε έναν κύκλο (όχι απαραίτητα απλό) στο γράφο Petersen που είναι όσο το δυνατόν μακρύτερος.
- Βρείτε ένα μονοπάτι Hamilton στο γράφο Petersen.
- Βρείτε έναν απλό κύκλο στο γράφο Petersen που είναι όσο το δυνατόν μακρύτερος.

Να παραδοθούν ως τις 9/1/2003