

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ

8η σειρά ασκήσεων

ΑΣΚΗΣΗ 1

- α) Δείξτε ότι: $\forall A, B \in \mathbf{P} \quad A \leq_m^p B$. Εξηγήστε τι μας λέει αυτή η πρόταση.
- β) Δείξτε ότι αν υπάρχει πρόβλημα απόφασης A τέτοιο ώστε A είναι NP-hard και $A \in \mathbf{P}$, τότε $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$. Εξηγήστε τι μας λέει αυτή η πρόταση.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Ορισμός του προβλήματος **INDEPENDENT SET**:

Είσοδος: Ένας γράφος $G(V, E)$ και ένας αριθμός $n \leq |V|$.

Ερώτηση: Υπάρχει σύνολο $V' \subseteq V$ τέτοιο ώστε $|V'| \geq n$ και $\forall v, u \in V' \quad \{v, u\} \notin E$;

Δείξτε ότι το **INDEPENDENT SET** είναι NP-complete.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Ορισμός του προβλήματος **R-3SAT**:

Είσοδος: Μία λογική έκφραση σε CNF στην οποία:

- α) κάθε clause έχει το πολύ 3 literals,
- β) κάθε μεταβλητή εμφανίζεται το πολύ τρεις φορές,
- γ) κάθε literal εμφανίζεται το πολύ δύο φορές.

Ερώτηση: Είναι η λογική έκφραση ικανοποιήσιμη;

Δείξτε ότι το **R-3SAT** είναι NP-complete.

(Υπόδειξη: Με αναγωγή του 3SAT. Αν μία μεταβλητή x εμφανίζεται περισσότερες από τρεις φορές, αντικαταστήστε κάθε εμφάνιση της με μία νέα μεταβλητή. Πώς θα εξασφαλίσετε ότι όλες οι νέες μεταβλητές που αντικατέστησαν την x , έχουν την ίδια αληθοτιμή;)

Να παραδοθούν ως τις 10 /2/2003