Παράδειγμα 5.2.29. Ο γράφος στο σχήμα 5.7 είναι ένας προσανατολισμένος γράφος. Αν ο γράφος είναι ο $G = (V, E)$ τότε έχουμε:

$$\begin{aligned} V &= \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\} \\ E &= \{(v_5, v_1), (v_1, v_5), (v_2, v_1), (v_5, v_2), (v_2, v_3), (v_5, v_4), (v_4, v_3)\} \end{aligned}$$

Ορισμός 5.2.30. Έστω x μια κορυφή ενός προσανατολισμένου γράφου. Ο αριθμός των πλευρών που προσπίπτουν (εισέρχονται) σ' αυτήν την κορυφή ονομάζεται **προς-βαθμός** (*in-degree*) της κορυφής x και συμβολίζεται με $deg^-(x)$:

$$deg^-(x) = |\{(y, x) : y \in V \text{ και } (y, x) \in E\}|$$

Ο αριθμός των πλευρών που ξεκινούν (εξέρχονται) από την κορυφή x ονομάζεται από-βαθμός (*out-degree*) και συμβολίζεται με $deg^+(x)$:

$$deg^+(x) = |\{(x, y) : y \in V \text{ και } (x, y) \in E\}|$$

Παράδειγμα 5.2.31. Στον προσανατολισμένο γράφο στο σχήμα 5.7 έχουμε:

$$\begin{aligned} deg^-(v_2) &= \ |\{(v_5, v_2)\}| = 1 \\ deg^+(v_2) &= \ |\{(v_2, v_3), (v_2, v_1)\}| = 2 \end{aligned}$$

5.2.7 Συνεκτικός Γράφος

Ορισμός 5.2.32. Έστω ένας γράφος $G = (V, E)$. Δύο κορυφές u, v του G είναι **συνδεδεμένες** (*connected*) αν υπάρχει τουλάχιστον ένα uv-μονοπάτι στο G. Η σχέση «σύνδεση δύο κορυφών στο G», είναι μια σχέση ισοδυναμίας στο σύνολο V του G, η οποία δημιουργεί μια διαμέριση (*partition*) σε κλάσεις ισοδυναμίας π.χ. τις $V_1, V_2, \ldots, V_k$. Για τις κλάσεις αυτές ισχύει ότι:

$$\begin{array}{ll} V_i \subseteq V & , 1 \leq i \leq k \\ V_i \bigcap V_j = \emptyset & , \forall i, j \\ V_1 \bigcup V_2 \bigcup \ldots \bigcup V_k = V & \end{array}$$

Προφανώς κάθε ζεύγος κορυφών u, v συνδέονται αν και μόνο αν οι κορυφές u, v ανήκουν στην ίδια κλάση ισοδυναμίας V_i.

Ορισμός 5.2.33. Έστω ένας γράφος $G = (V, E)$ και $V' \subseteq V$. Ο υπογράφος που έχει σύνολο κορυφών το V' και σύνολο πλευρών όλες τις πλευρές του G, των οποίων και τα δύο άκρα ανήκουν στο V', λέγεται **παραγόμενος υπογράφος** (*induced subgraph*) από τον V' και συμβολίζεται $G[V']$.

Ορισμός 5.2.34. Έστω ένα γράφος $G = (V, E)$ και $V_1, V_2, \ldots, V_k$ οι κλάσεις ισοδυναμίας του V που δημιουργούνται απ' τη σχέση «σύνδεση δύο κορυφών». Τα υπογραφήματα $G[V_1], G[V_2], \ldots, G[V_k]$ λέγονται συνεκτικές συνιστώσες (connected components) του γράφου G. Ο αριθμός των συνιστωσών ενός γράφου G συμβολίζεται με $\Omega(G)$.